最小编辑距离算法
Minimum Edit Distance

詹卫东

北京大学中文系

编辑距离

编辑前字符串 s
编辑后字符串 t
编辑操作p：插入、删除、替换

“编辑距离”定义为
“编辑操作的次数”

源文：She is a star with the theatre company.

机器译文：她 是 与 剧院 公司 的 一 颗 星。
参考译文：她 是 剧团 的 明星。

计算机器译文跟正确答案之间的距离

编辑距离：6
删除次数（4次）：~~与~~ ~~公司~~ ~~一~~ ~~颗~~
替换次数（2次）：剧院 →剧团 星→ 明星

如何计算最小编辑距离

原始串　　s o t

目标串　　s t o p

插入操作的权值（insertCost）：1

删除操作的权值（deleteCost）：1

替换操作的权值（substituteCost）：2

s o t　　编辑操作1

→ s t o t　　(1.插入，1分，累计1分)

→ s t o p　　(2.替换，2分，累计3分)

编辑距离：3

s o t　　编辑操作2

→ s t t　　(1.替换，2分，累计2分)

→ s t o　　(2.替换，2分，累计4分)

→ s t o p　(3.插入，1分，累计5分)

编辑距离：5

最小编辑距离计算：动态规划

D(0, 0) = 0
D(i, 0) = insertCost * i
D(0, j) = deleteCost * j

i, 目标串字符位置

j, 原始串字符位置

$$D(i, j) = \min \begin{cases} D(i-1, j) + \text{insertCost}(\text{target}_i) \\ D(i-1, j-1) + \text{substituteCost}(\text{source}_j, \text{target}_i) \\ D(i, j-1) + \text{deleteCost}(\text{source}_j) \end{cases}$$

$$\text{substituteCost} \begin{cases} = 0 & \text{if target[i] = source[j]} \\ = 2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

insertCost = 1
deleteCost = 1

最小编辑距离算法描述

function Min-Edit_Distance (target, source)

```
 n = length(target);
 m = length(source);
 create distance matrix d[n,m];
 d[0,0]=0;
 d[0,1]=1,… d[0,m]=m;
 d[1,0]=1,…d[n,0]=n;
 for each i from 1 to n do
     for each j from 1 to m do
             d[i, j] = min( d[i-1, j] + insertCost(target_i)),
                           d[i-1, j-1] + substituteCost(source_j, target_i),
                           d[i, j-1] + deleteCost(source_j));
return d[n,m];
```

最小编辑距离计算示例

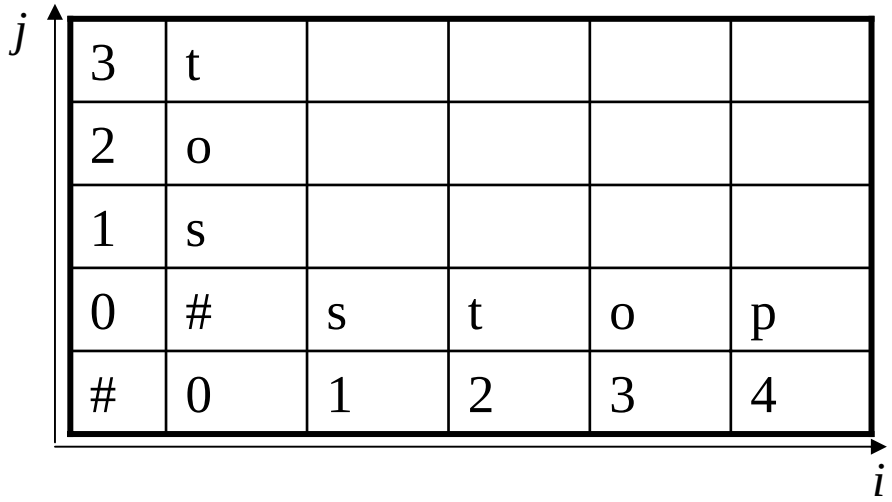
source :　　s　o　t

target :　　s　t　o　p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix　d [n, m];



i=0　j=0

d[0,0] = 0;
d[0,1] = 1;　… ;　d[0,m] = m;
d[1,0] = 1;　… ;　d[n,0] = n;

最小编辑距离计算示例

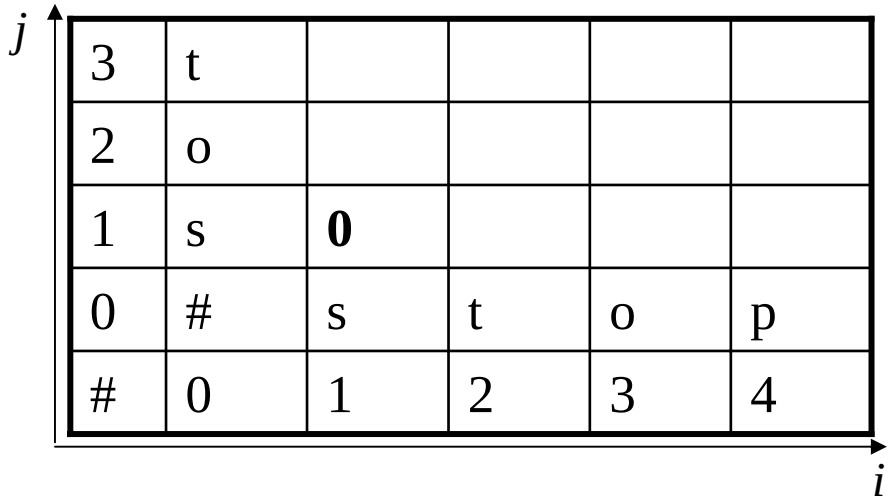
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



i=1 j=1

$$d[1,1] = \min \begin{cases} d[0,1]+\text{insert}(t[1]) = 2 \\ d[0,0]+\text{substitute}(s[1],t[1]) = 0 \\ d[1,0]+\text{delete}(s[1]) = 2 \end{cases} = 0$$

最小编辑距离计算示例

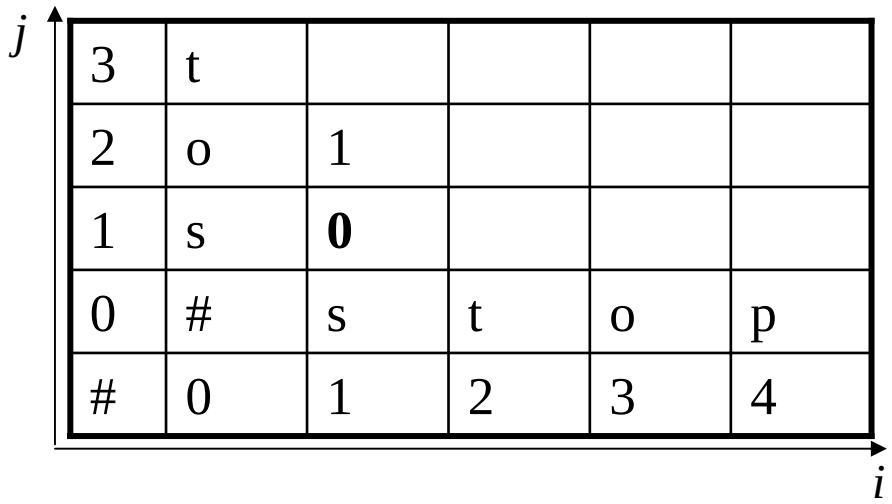
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t				
2	o	1			
1	s	**0**			
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=1 j=2

$$d[1,2] = \min \begin{cases} d[0,2]+\text{insert}(t[1]) = 3 \\ d[0,1]+\text{substitute}(s[2],t[1]) = 3 \\ d[1,1]+\text{delete}(s[2]) = 1 \end{cases} = 1$$

最小编辑距离计算示例

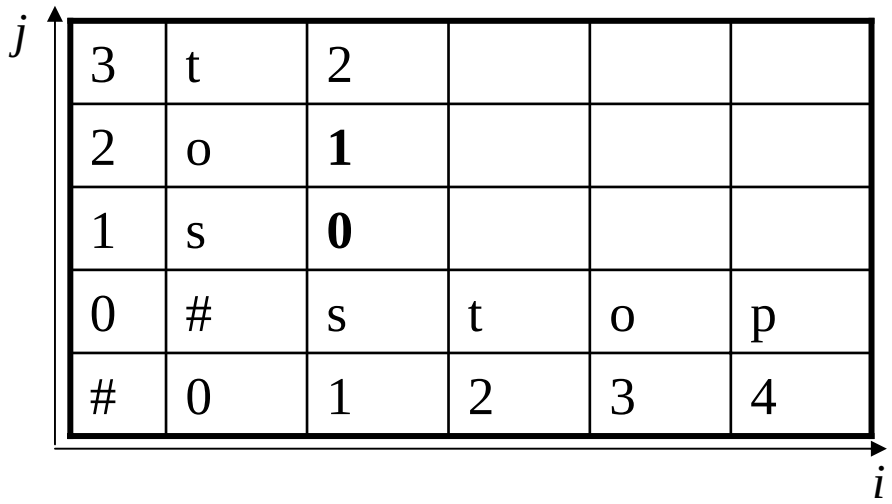
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



i=1 j=3

$$d[1,3] = \min \begin{cases} d[0,3]+\text{insert}(t[1]) = 4 \\ d[0,2]+\text{substitute}(s[3],t[1]) = 4 \\ d[1,2]+\text{delete}(s[3]) = 2 \end{cases} = 2$$

最小编辑距离计算示例

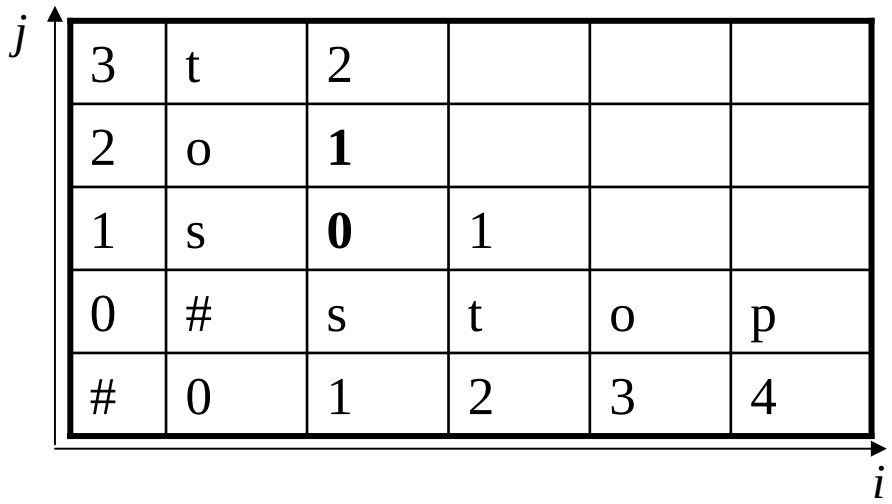
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2			
2	o	**1**			
1	s	**0**	1		
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=2 j=1

$$d[2,1] = \min \begin{cases} d[1,1]+\text{insert}(t[2]) = 1 \\ d[1,0]+\text{substitute}(s[1],t[2]) = 3 \\ d[2,0]+\text{delete}(s[1]) = 3 \end{cases} = 1$$

最小编辑距离计算示例

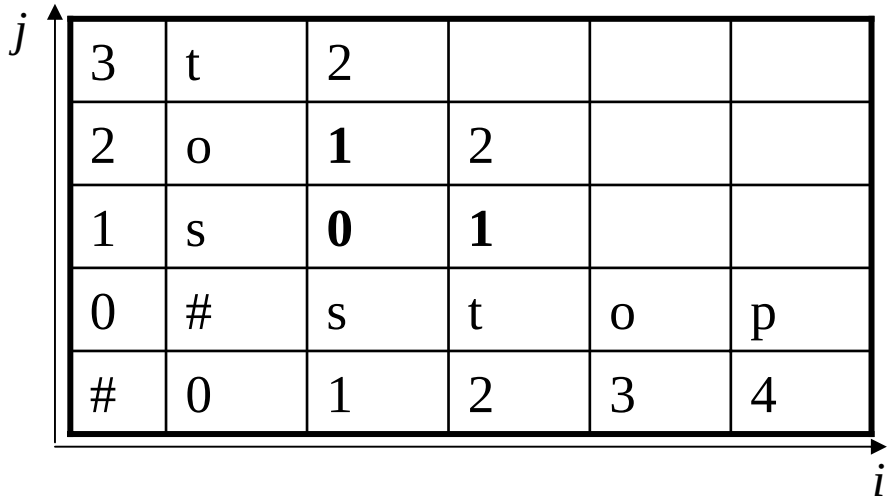
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2			
2	o	**1**	2		
1	s	**0**	**1**		
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=2 j=2

$$d[2,2] = \min \begin{cases} d[1,2]+\text{insert}(t[2]) = 2 \\ d[1,1]+\text{substitute}(s[2],t[2]) = 2 \\ d[2,1]+\text{delete}(s[2]) = 2 \end{cases} = 2$$

最小编辑距离计算示例

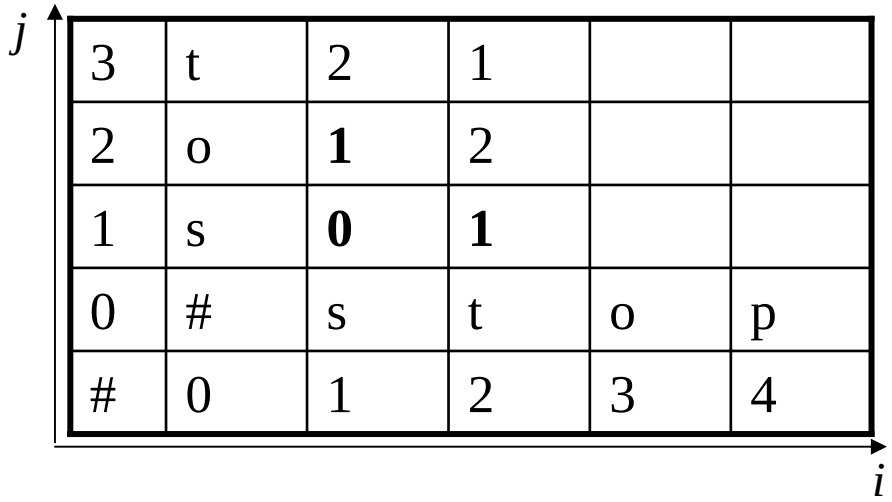
source :　　s　o　t

target :　　s　t　o　p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix　d [n, m];



3	t	2	1		
2	o	**1**	2		
1	s	**0**	**1**		
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=2　j=3

$$d[2,3] = \min \begin{cases} d[1,3]+\text{insert}(t[2])=3 \\ d[1,2]+\text{substitute}(s[3],t[2])=1 \\ d[2,2]+\text{delete}(s[3])=3 \end{cases} = 1$$

最小编辑距离计算示例

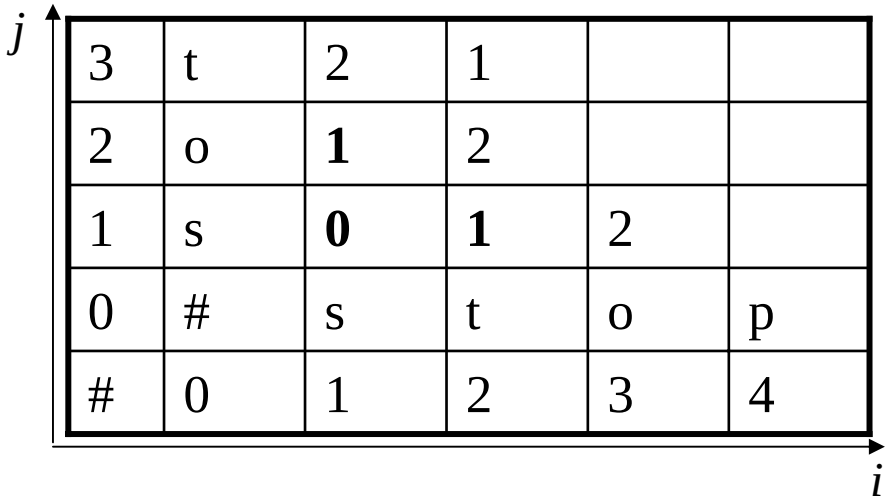
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2	1		
2	o	**1**	2		
1	s	**0**	**1**	2	
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=3 j=1

$$d[3,1] = \min \begin{cases} d[2,1]+\text{insert}(t[3])=2 \\ d[2,0]+\text{substitute}(s[1],t[3])=4 \\ d[3,0]+\text{delete}(s[1])=4 \end{cases} = 2$$

最小编辑距离计算示例

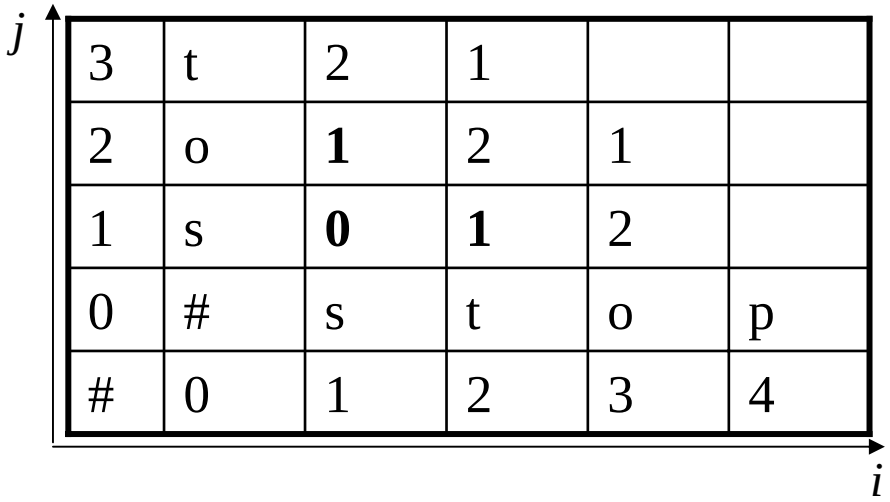
source :　　s　o　t

target :　　s　t　o　p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix　d [n, m];



3	t	2	1		
2	o	**1**	2	1	
1	s	**0**	**1**	2	
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=3　j=2

$$d[3,2] = \min \begin{cases} d[2,2]+\text{insert}(t[3])=3 \\ d[2,1]+\text{substitute}(s[2],t[3])=1 \\ d[3,1]+\text{delete}(s[2])=3 \end{cases} = 1$$

最小编辑距离计算示例

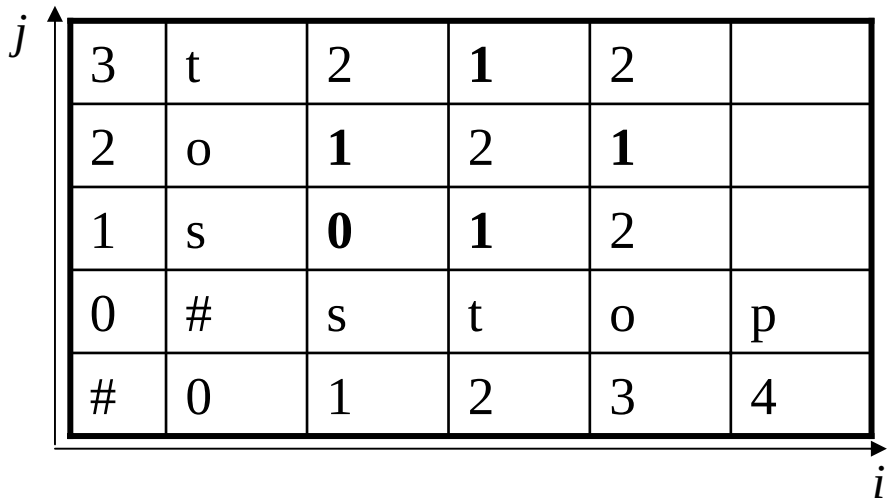
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2	**1**	2	
2	o	**1**	2	**1**	
1	s	**0**	**1**	2	
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=3 j=3

$$d[3,3] = \min \begin{cases} d[2,3]+\text{insert}(t[3])=2 \\ d[2,2]+\text{substitute}(s[3],t[3])=4 \\ d[3,2]+\text{delete}(s[3])=2 \end{cases} = 2$$

最小编辑距离计算示例

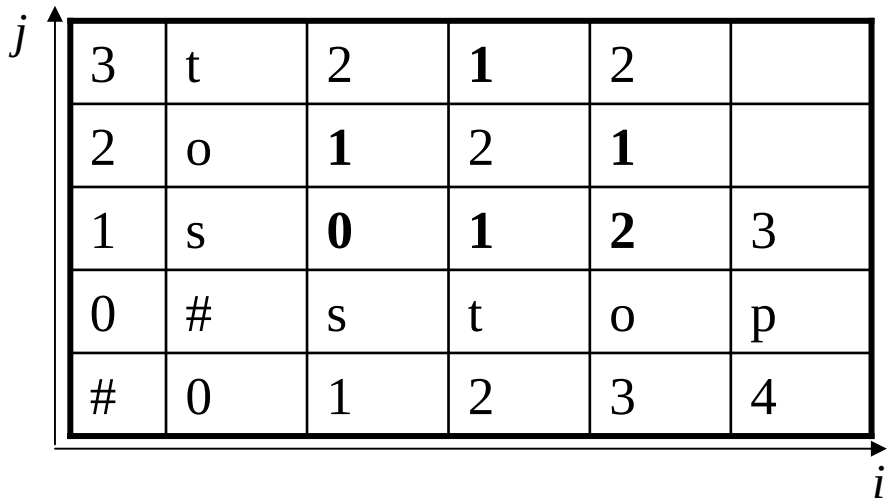
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2	**1**	2	
2	o	**1**	2	**1**	
1	s	**0**	**1**	**2**	3
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=4 j=1

$$d[4,1] = \min \begin{cases} d[3,1]+\text{insert}(t[4])=3 \\ d[3,0]+\text{substitute}(s[1],t[4])=5 \\ d[4,0]+\text{delete}(s[1])=5 \end{cases} = 3$$

最小编辑距离计算示例

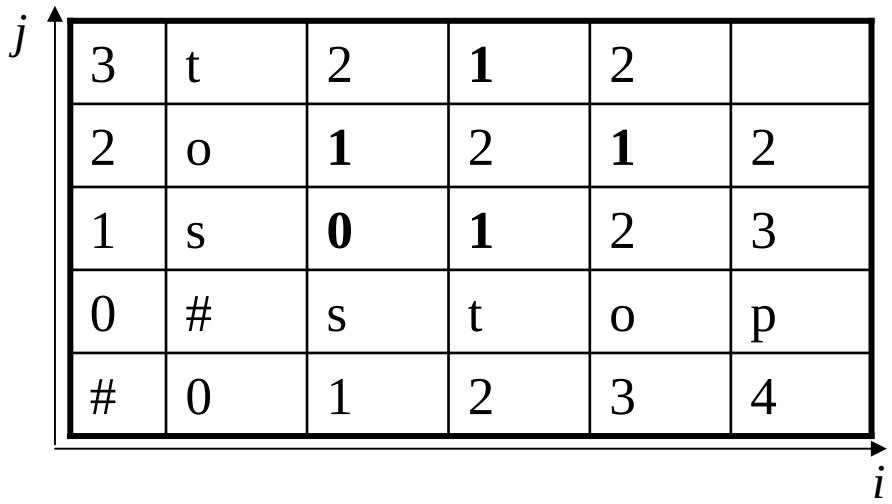
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2	**1**	2	
2	o	**1**	2	**1**	2
1	s	**0**	**1**	2	3
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=4 j=2

$$d[4,2] = \min \begin{cases} d[3,2]+\text{insert}(t[4])=2 \\ d[3,1]+\text{substitute}(s[2],t[4])=4 \\ d[4,1]+\text{delete}(s[2])=4 \end{cases} = 2$$

最小编辑距离计算示例

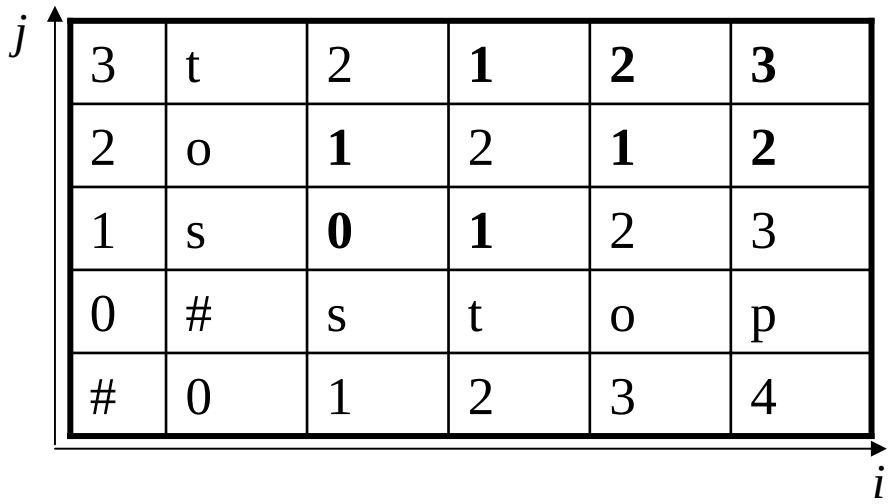
source : s o t

target : s t o p

n = length (target)

m = length (source)

Create matrix d [n, m];



3	t	2	**1**	**2**	**3**
2	o	**1**	2	**1**	**2**
1	s	**0**	**1**	2	3
0	#	s	t	o	p
#	0	1	2	3	4

i=4 j=3

$$d[4,3] = \min \begin{cases} d[3,3]+\text{insert}(t[4])=3 \\ d[3,2]+\text{substitute}(s[3],t[4])=3 \\ d[4,2]+\text{delete}(s[3])=3 \end{cases} = 3$$

最小编辑距离计算示例

s o t　　编辑操作①

s t o t　(1. 插入t，1分，累计1分)

s t o p　(2. t替换p，2分，累计3分)

s o t　　编辑操作②

s t　　(1. 删除o，1分，累计1分)

s t o　(2. 插入o，1分，累计2分)

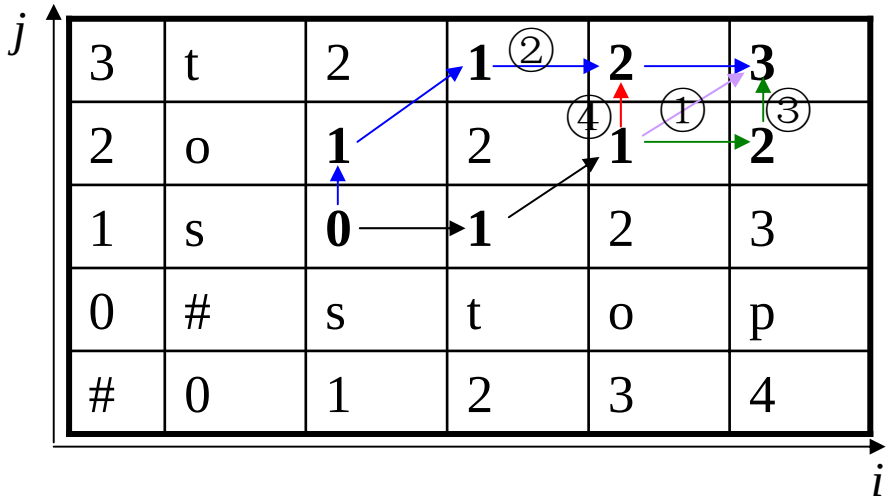
s t o p (3. 插入p，1分，累计3分）

s o t　　编辑操作③

s t o t　(1. 插入t，1分，累计1分)

s t o p t　(2. 插入p，1分，累计2分)

s t o p　(3. 删除t，1分，累计3分)



s o t　　编辑操作④

s t o t　(1. 插入t，1分，累计1分)

s t o　　(2. 删除t，1分，累计2分)

s t o p　(3. 插入p，1分，累计3分)

最小编辑距离计算练习

- intention → execution

i n t e n t i o n
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
e x e c u t i o n

s s s s s

2 2 2 2 2 = 10

i n t e n * t i o n
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
*e x e c u t i o n

d s s s i

1 2 2 2 1 = 8

最小编辑距离计算练习

n	9	8	9	10	11	12	11	10	9	8
o	8	7	8	9	10	11	10	9	8	9
i	7	6	7	8	9	10	9	8	9	10
t	6	5	6	7	8	9	8	9	10	11
n	5	4	5	6	7	8	9	10	11	10
e	4	3	4	5	6	7	8	9	10	9
t	3	4	5	6	7	8	7	8	9	8
n	2	3	4	5	6	7	8	7	8	7
i	1	2	3	4	5	6	7	6	7	8
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	**e**	**x**	**e**	**c**	**u**	**t**	**i**	**o**	**n**

参考文献

- Daniel Jurafsky & James H. Martin, 2000, Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition, Chapter 5, section 5.6, pp153-156, Prentice-Hall Inc..